Instituto Politécnico

Universidad Nacional de Rosario

Sistemas de Partículas

3º Año

Cód- 7307-16

Prof. Liliana Grigioni
Prof. Marcela Palmegiani

Física III

Dpto. de Física

Masterización: RECURSOS PEDAGOGICOS

CAPITULO 6

SISTEMAS DE PARTICULAS

Hasta este momento nos hemos ocupado exclusivamente de estudiar el movimiento de una sola partícula. En esta sección describiremos el movimiento de un sistema mecánico constituido por un conjunto de partículas, como por ejemplo una colección de átomos en un recipiente o un objeto extendido (gimnasta saltando en el aire). Veremos que el sistema mecánico se mueve como si la fuerza externa resultante fuera aplicada a una sola partícula de masa M localizada en punto muy especial llamado el **Centro de Masa** del sistema.

CENTRO DE MASA

Imaginemos un conjunto de N partículas en el espacio, como muestra la figura (5-1).

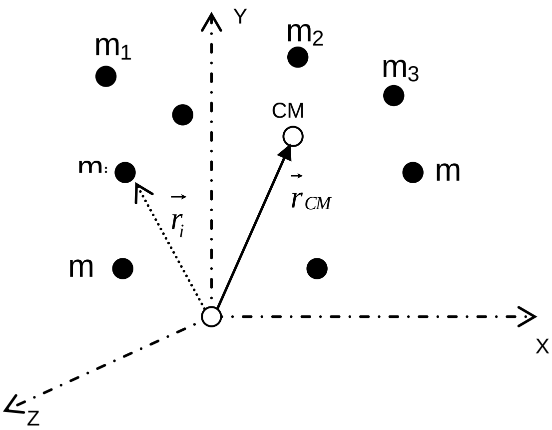


FIG. (5-1)

$\vec{r}_i$: vector posición de la partícula (i), cuya masa es m_i

$\overrightarrow{r_{CM}}$: vector posición del centro de masa del sistema, cuya masa es $\sum_{i=1}^{N} m_i = M$

Definimos el **Centro de Masa** del sistema, como un **punto** en el que suponemos concentrada toda la masa del sistema y cuya posición está dada por:

$$\overrightarrow{r_{CM}} = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r_i}}{\sum_{i=1}^{N} m_i} \quad ; \quad \overrightarrow{r_{CM}} = \frac{m_1 \vec{r_1} + m_2 \vec{r_2} + \cdots}{m_1 + m_2 + \cdots} \qquad (5\text{-}1)$$

Esta ecuación vectorial da origen a las tres ecuaciones siguientes, las cuales nos permiten calcular las coordenadas del centro de masa.

$$x_{CM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \cdots}{m_1 + m_2 + \cdots}$$
$$y_{CM} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + \cdots}{m_1 + m_2 + \cdots} \qquad (5\text{-}2)$$
$$z_{CM} = \frac{m_1 z_1 + m_2 z_2 + \cdots}{m_1 + m_2 + \cdots}$$

Analizaremos a continuación algunas propiedades del centro de masa.

I

Supongamos que el sistema de partículas sea simétrico con respecto a un eje (por ejemplo el eje y – figura 5-2).

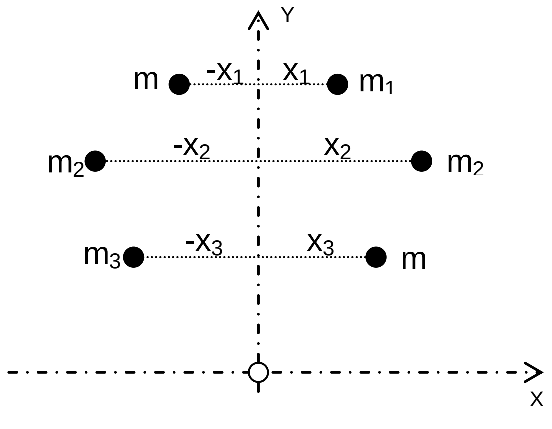


FIG. (5-2)

Aplicando la ecuación que nos permite calcular la x_{CM}, resulta:

$$x_{CM} = \frac{m_1 x_1 + m_1(-x_1) + m_2 x_2 + m_2(-x_2) + m_3 x_3 + m_3(-x_3)}{m_1 + m_2 + m_3} = 0$$

Por lo tanto podemos asegurar que el centro de masa se encuentra sobre el eje y (de simetría).

Con razonamientos análogos podríamos concluir que:

I

Si el sistema de partículas presenta planos, ejes o puntos de simetría, el centro de masa ha de estar ubicado sobre ellos.

II

- Considere un sistema de N partículas en el espacio cuya masa total sea M.

- Imagínelo dividido en dos subsistemas, conteniendo cada uno de ellos N' y N'' partículas, donde la masa total de los mismos sea m' y m'' y la masa total del sistema M = m'+m''.

- Plantee la ecuación (5-1) y analice el siguiente desarrollo:

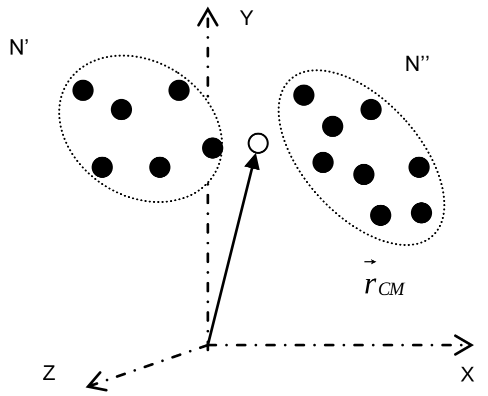


FIG. (5-3)

$$\overrightarrow{r_{CM}} = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r_i}}{\sum_{i=1}^{N} m_i} = \frac{\sum_{i=1}^{N'} m_i \vec{r_i} + \sum_{i=1}^{N''} m_i \vec{r_i}}{M}$$

Si multiplicamos y dividimos el primer sumando por m' y el segundo por m'', resulta:

$$\overrightarrow{r_{Cm}} = \frac{1}{M}\left[\frac{m'}{m'}\sum_{1}^{N'} m_i \vec{r_i} + \frac{m''}{m''}\sum_{1}^{N''} m_i \vec{r_i}\right] = \frac{m'\overrightarrow{r'_{CM}} + m''\overrightarrow{r''_{CM}}}{m' + m''}$$

Esta última ecuación corresponde a la posición del centro de masa de un sistema compuesto por dos partículas de masas m' y m'' ubicadas en el centro de masa de cada subsistema, por lo tanto resulta que:

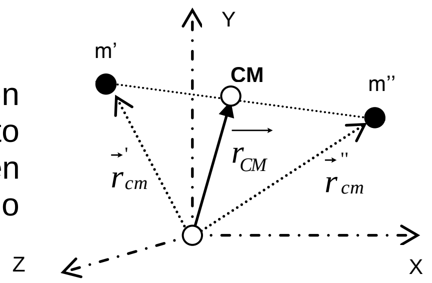


FIG. (5-4)

II

Un sistema de partículas, es posible dividirlo en distintos subsistemas y considerar la masa de cada uno de ellos concentrada en su respectivo centro de masa.

Para determinar la posición del centro de masa de un cuerpo rígido continuo (sistema de infinitas partículas en el que las distancias entre ellas permanecen constante), es necesario recurrir a conceptos matemáticos que escapan al nivel de este curso. Pero utilizando las propiedades vistas anteriormente podremos hacerlo para algunos casos particulares.

ACTIVIDAD

Determine la posición del centro de masa del cuerpo rígido homogéneo que muestra la figura.

Para resolver la actividad propuesta, proceda de la siguiente forma:

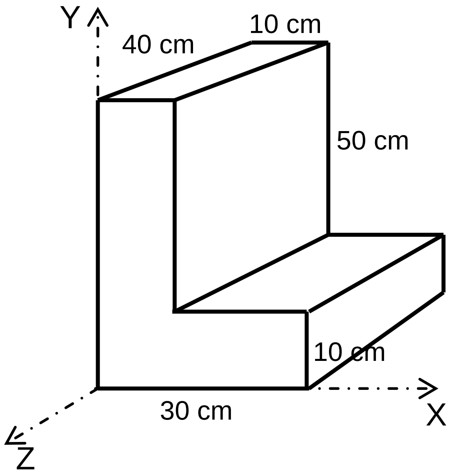


FIG. (5-5)

- Aplique las propiedades $\boxed{\text{I}}$ y $\boxed{\text{II}}$
- Recuerde el concepto de densidad: $\rho = \dfrac{m}{V}$

III

De la expresión (5-1) resulta :

$$M\overrightarrow{r_{CM}} = m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + \cdots \qquad (5\text{-}3)$$

- Plantee esta ecuación en dos instantes de tiempo, t_0 y t
- Realice la diferencia miembro a miembro entre estas dos igualdades (la correspondiente al instante t menos la correspondiente al instante t_0)
- Divida miembro a miembro por Δt
- Si imagina este resultado cuando Δt se hace infinitamente pequeño, obtendrá:

$$M\overrightarrow{V_{CM}} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + \cdots \qquad (5\text{-}4)$$

- Repita la totalidad de los pasos antes indicados para esta nueva expresión; obtendrá:

$$M\overrightarrow{a_{CM}} = m_1\overrightarrow{a_1} + m_2\overrightarrow{a_2} + \cdots + m_i\overrightarrow{a_i} + \cdots \qquad (5\text{-}5)$$

Cada uno de los sumandos del segundo miembro, representa a la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre cada partícula.

En cada una de las partículas actúan fuerzas ejercidas por agentes exteriores al sistema (**Fuerzas Exteriores**) y fuerzas de interacción entre ellas, iguales y de sentidos contrarios (**Fuerzas Interiores** – ej. atracción gravitatoria, atracción y repulsión electrostática, fuerzas de contacto y fuerzas ejercidas por las cuerdas o resortes que las unen). Todas estas fuerzas interiores se anulan entre sí en la suma indicada, resultando:

$$\boxed{\sum\overrightarrow{F_{ext}} = M\overrightarrow{a_{CM}}} \qquad (5\text{-}6)$$

Esta ecuación nos muestra que:

$\boxed{\text{III}}$

El centro de masa de un sistema de partículas, se mueve como si en él estuviese concentrada la totalidad de la masa del mismo y sobre ella actuando todas las fuerzas exteriores que actúan sobre el sistema.

IMPULSO Y MOMENTO LINEAL

Considere qué ocurre cuando una bola de golf es golpeada por un palo. A la pelota se le da una velocidad inicial muy alta como consecuencia del choque; por tanto, es capaz de viajar más de 100 metros por el aire. La bola experimenta un gran cambio en la velocidad y consecuentemente una aceleración elevada. Además, como la bola experimenta esta aceleración en un tiempo muy corto, la fuerza promedio sobre ella durante el choque es muy grande. El palo de golf experimenta una fuerza de reacción que es igual y opuesta a la fuerza sobre la bola. Esta fuerza de reacción produce un cambio en la velocidad del palo. Sin embargo, como el palo tiene mucha más masa que la bola, el cambio en su velocidad es mucho menor que el cambio en la velocidad de la bola.

Uno de los principales objetivos de esta sección es brindarle las herramientas necesarias para comprender y analizar dichos eventos.

Supongamos una partícula de masa m, bajo la acción de una **fuerza constante** $\vec{F}$, la cual actúa durante un intervalo de tiempo Δt, según muestra la figura (5-6).

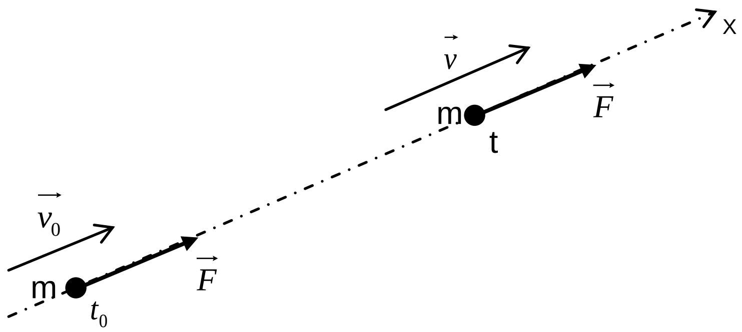


FIG. (5-6)

Aplicando la Segunda Ley de Newton, resulta:

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{\Delta t} = \frac{m\vec{v} - m\vec{v}_0}{\Delta t}$$

$$\vec{F}\Delta t = m\vec{v} - m\vec{v}_0 \qquad (5\text{-}7)$$

Definimos:

a) **Impulso Lineal** ($\vec{I}$) que la fuerza $\vec{F}$ ejerce sobre la partícula, como el producto de la fuerza por el intervalo de tiempo Δt durante el cual actúa.

$$\vec{I} = \vec{F}\Delta t \qquad \text{Magnitud vectorial} \qquad \left[Ns = kg\frac{m}{s^2}s = kg\frac{m}{s} \right]$$

b) **Momento Lineal** ($\vec{p}$) de la partícula, como el producto de la masa por su velocidad.

$\vec{p} = m\vec{v}$ Magnitud vectorial $\left[kg \frac{m}{s} \right]$

Obsérvese que las dos magnitudes se expresan en la misma unidad.

La ecuación (5-7), en función de las definiciones anteriores, puede ser escrita de las siguientes formas:

$$\boxed{\vec{I} = \Delta \vec{p}} \tag{5-8}$$

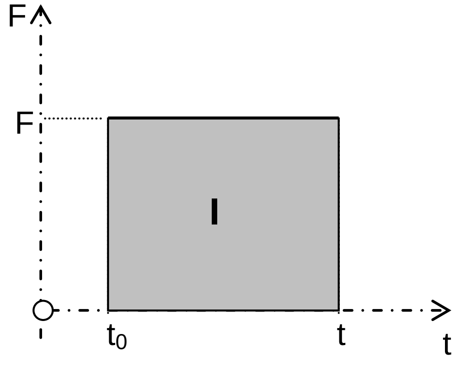
Lo cual nos dice que el Impulso que actúa sobre la partícula es igual a la variación de su Momento Lineal

$$\boxed{\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}} \tag{5-9}$$

Esta expresión muestra que la fuerza aplicada sobre la partícula es igual a la variación de su Momento Lineal en un determinado intervalo de tiempo

De la forma como indica la ecuación (5-9), es como Newton realmente expresó su Segunda Ley, la cual recibe el nombre de **Primera Ecuación Cardinal**.

Si representamos gráficamente, la intensidad de la fuerza en función del tiempo, podemos observar que el área mostrada en la figura (5-7), representa el módulo del vector Impulso Lineal.



FIG(5-7a)

Cuando se dispara una bala no se conocen los detalles de la fuerza que actúa sobre el objeto, todo lo que se sabe es que en muy poco tiempo Δt, el momento lineal de la bala es $\Delta\vec{p}$. La fuerza promedio durante este intervalo de tiempo es, entonces

$$\boxed{\overrightarrow{F_m} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}}$$

En muchas situaciones físicas debemos usar esta aproximación que resulta útil al tratar interacciones que se producen en breves intervalos de tiempo y en las que participan fuerzas generalmente variables.

Si $\vec{F}$ no es constante, como por ejemplo la fuerza que actúa sobre una pelota de tenis cuando rebota en una pared, el intervalo de tiempo Δt durante el cual actúa esta fuerza se puede subdividir en intervalos muy pequeños. El impulso total se obtiene sumando los impulsos menores en cada uno de estos intervalos

$$\vec{I} = \Sigma \quad \vec{F}_i . \Delta t_i$$

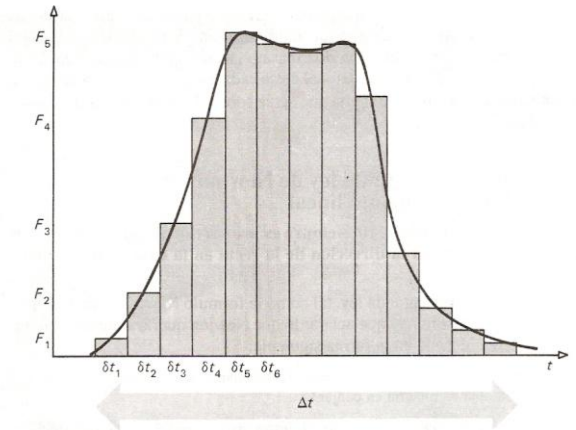


FIG. (5-7b)

Si representamos gráficamente, la intensidad de la fuerza en función del tiempo, podemos observar que el área mostrada en la figura (5-7 b), representa el módulo del vector Impulso Lineal. La fuerza promedio puede considerarse como la fuerza constante que brindará a la partícula el mismo impulso en el tiempo Δt que la fuerza variable representada en la gráfica.(equivalencia de las áreas).

****

Si sobre la partícula actuase un **sistema de fuerzas constantes**, las expresiones (5-8) y (5-9), adoptarían las siguientes formas:

$$\boxed{\vec{I}_{Resultante} = \Delta \vec{p}} \tag{5-10}$$

$$\boxed{\vec{F}_{Resultante} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}} \tag{5-11}$$

Supongamos que la fuerza resultante que actúa sobre la partícula es nula, o bien el impulso resultante que actúa sobre ella es nulo.

De acuerdo con las ecuaciones (5-10) y (5-11), resulta $\Delta \vec{p} = 0$, por lo tanto:

$$\boxed{\vec{p} = constante} \tag{5-12}$$

Esto constituye lo que se denomina:
"Principio de Conservación del Momento Lineal"

Si sobre una partícula actúa un sistema de fuerzas tal que su resultante es nula, o bien el impulso lineal resultante sobre ella es nulo, su momento lineal se conserva.

****

Si en vez de una sola partícula, se tratase de un **sistema de N partículas**; definimos:

a) **Impulso Lineal Total ($\vec{I}$)** sobre el sistema, como la suma de todos los impulsos lineales que actúan sobre las partículas del sistema.

$$\vec{I} = \sum_{i=1}^{N} \vec{I_i}$$

b) **Momento Lineal Total** ($\vec{P}$) del sistema, como la suma de todos los momentos lineales de las partículas del sistema.

$$\vec{P} = \sum_{i=1}^{N} \vec{p_i}$$

Aplicando la expresión (5-10) a cada una de las partículas del sistema y teniendo en cuenta que sobre ellas actúan fuerzas exteriores y fuerzas interiores, resulta:

$$\overrightarrow{I_{1\,ext}} + \overrightarrow{I_{1\,\text{int}}} = \Delta \vec{p}_1 = m_1 \overrightarrow{v_1} - m_1 \overrightarrow{v_{1_0}}$$

$$\overrightarrow{I_{2\,ext}} + \overrightarrow{I_{2\,\text{int}}} = \Delta \vec{p}_2 = m_2 \overrightarrow{v_2} - m_2 \overrightarrow{v_{2_0}}$$

- -

$$\overrightarrow{I_{i\,ext}} + \overrightarrow{I_{i\,\text{int}}} = \Delta \vec{p}_i = m_i \overrightarrow{v_i} - m_i \overrightarrow{v_{i_0}}$$

- -

$$\overrightarrow{I_{N\,ext}} + \overrightarrow{I_{N\,\text{int}}} = \Delta \vec{p}_N = m_N \overrightarrow{v_N} - m_N \overrightarrow{v_{N_0}}$$

Sumando miembro a miembro todas estas igualdades y recordando que las fuerzas interiores son iguales y opuestas, por lo tanto en la sumatoria se anulan, obtenemos:

$$\sum_{i=1}^{N} \overrightarrow{I_{i\,ext}} = (m_1 \overrightarrow{v_1} + m_2 \overrightarrow{v_2} + \cdots) - (m_1 \overrightarrow{v_{1_0}} + m_2 \overrightarrow{v_{2_0}} + \cdots)$$

$$\sum_{i=1}^{N} \vec{I}_{i_{ext}} = \vec{P} - \vec{P_0} = \Delta \vec{P}$$

Analizando la ecuación (5-4) observamos que $\overrightarrow{P_{CM}} = \vec{P}$, por lo tanto resulta:

$$\sum_{i=1}^{N} \vec{I}_{i_{ext}} = \Delta\vec{P} = \Delta\overrightarrow{P_{CM}} \qquad (5\text{-}13)$$

o bien: $\sum_{i=1}^{N} \vec{F}_{ext}\Delta t = \Delta\vec{P} = \Delta\overrightarrow{P_{CM}}$ lo cual da origen a:

$$\boxed{\sum_{i=1}^{N} \vec{F}_{ext} = \frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t} = \frac{\Delta\overrightarrow{P_{CM}}}{\Delta t}} \qquad (5\text{-}14)$$

Deducimos de estas expresiones que:

Si la suma de las fuerzas exteriores o de los impulsos exteriores que actúan sobre el sistema de partículas es nula, el Momento Lineal Total del mismo ($\vec{P}$), o bien el Momento Lineal del centro de masa ($\overrightarrow{P_{CM}}$) se conservan.

****

COLISIONES

En esta sección usaremos la ley de conservación del momento lineal para descubrir que ocurre cuando chocan dos partículas. Utilizamos el término choque para representar el evento de dos partículas que se aproximan entre sí durante un breve tiempo y que por eso producen fuerzas impulsivas una sobre otra. La fuerza debida al choque se supone mucho mayor que cualquier fuerza externa presente.

Una colisión puede ocasionar contacto físico entre dos objetos macroscópicos, como se describe en la figura (5-8), pero la noción de lo que queremos dar a entender por choque debe generalizarse debido a que "contacto físico" en una escala submicroscópica es poco claro y consecuentemente, carece de sentido.

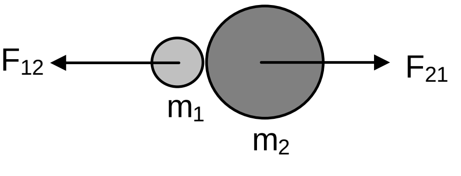


FIG. (5-8)

Para entender esto, considere un choque en una escala atómica (figura 5-9) como el choque de un protón con una partícula α (el núcleo de un átomo de helio). Como las dos partículas están cargadas positivamente, nunca hay contacto físico entre ellas; en lugar de eso se repelen entre sí debido a la intensa fuerza electrostática entre ellas en separaciones muy próximas.

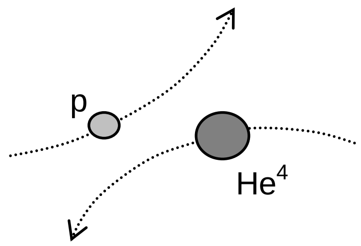


FIG. (5-9)

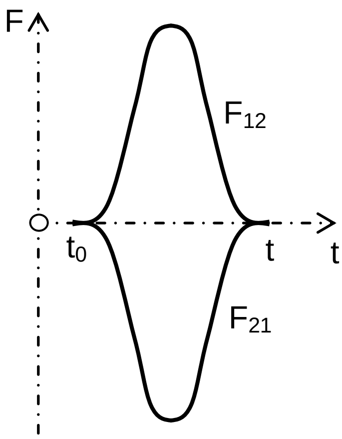


FIG. (5-10)

Cuando dos partículas de masa m_1 y m_2 chocan como muestra la figura (5-8), las fuerzas impulsivas que ellas se ejercen entre sí pueden variar en el tiempo de complicadas maneras, una de las cuales se describe en la figura (5-10).

$\overrightarrow{F_{12}}$: Fuerza ejercida sobre m_1 por m_2

$\overrightarrow{F_{21}}$: Fuerza ejercida sobre m_2 por m_1

$$\boxed{\overrightarrow{F_{12}} = -\overrightarrow{F_{21}}}$$

Si suponemos que no actúan fuerzas externas al sistema, resulta que el momento lineal total del mismo se conserva, por lo tanto podemos escribir:

$$\boxed{\vec{P} = \overrightarrow{p_1} + \overrightarrow{p_2} = \overrightarrow{m_1 v_1} + \overrightarrow{m_2 v_2} = constante} \qquad (5\text{-}15)$$

Por lo tanto, concluimos que:

El momento lineal total de un sistema exactamente antes del choque es igual al momento lineal total del sistema justo después del choque.

Definiremos a continuación distintos tipos de colisiones a partir de si es o no es constante la energía cinética.

Colisión inelástica: es una colisión en la cual la energía cinética total no es constante. El choque de una pelota de plástico con una superficie dura es inelástico porque parte de la energía cinética de la pelota se pierde cuando esta se deforma mientras está en contacto con la superficie.

Colisión perfectamente inelástica: es una colisión donde una parte de la energía cinética total se pierde y además los objetos que chocan se mantienen unidos después del mismo.
Por ejemplo, si dos vehículos chocan y quedan enganchados, se mueven con cierta velocidad común después del choque perfectamente inelástico.
Si un meteorito choca con la Tierra, queda enterrado y el choque es perfectamente inelástico.

Colisión elástica: Durante una colisión elástica la energía cinética total es constante.
Los choques de bolas de billar y los de moléculas de aire con las paredes de un recipiente a temperaturas ordinarias son muy elásticos. Las colisiones reales en el mundo macroscópico solo son aproximadamente elásticas debido a que ocurre cierta deformación y a que se pierde energía cinética. Las colisiones entre partículas atómicas y subatómicas también pueden ser inelásticas, aunque en general suelen ser elásticas.

Las colisiones elásticas y perfectamente inelásticas son casos límite; la mayor parte de las colisiones se encuentran en la categoría que se delimita entre ellas.

CHOQUES PERFECTAMENTE INELASTICOS

Consideremos dos partículas de masas m_1 y m_2 que se desplazan a lo largo de una línea recta con velocidades $\overrightarrow{v_{1i}}$ y $\overrightarrow{v_{2i}}$ como muestra la figura (5-11)(a)

FIG. (5-11)

Si las dos partículas chocan de frente, se mantienen unidas y se mueven con cierta velocidad común $\overrightarrow{v_f}$ después del choque – figura (5-11)(b), el cual es perfectamente inelástico, podemos decir que el momento lineal total del sistema antes del choque es igual al momento lineal total del sistema después del choque, por lo tanto:

$$\boxed{m_1\overrightarrow{v_1} + m_2\overrightarrow{v_2} = (m_1 + m_2)\overrightarrow{v_f}} \tag{5-16}$$

CHOQUES ELASTICOS

Supongamos dos partículas que experimentan un choque elástico como muestra la figura (5-12).

FIG. (5-12)

En este caso tanto el momento lineal total como la energía cinética se conservan, por lo tanto, podemos escribir:

$$\frac{1}{2}m_1v_{1i}^2 + \frac{1}{2}m_2v_{2i}^2 = \frac{1}{2}m_1v_{1f}^2 + \frac{1}{2}m_2v_{2f}^2 \tag{5-17}$$

$$m_1\overrightarrow{v_{1i}} + m_2\overrightarrow{v_{2i}} = m_1\overrightarrow{v_{1f}} + m_2\overrightarrow{v_{2f}} \tag{5-18}$$

Los vectores velocidad en la ecuación (5-18) pueden ser reemplazados por sus módulos y el signo correspondiente según las referencias adoptadas (supongamos positivas las velocidades sí las partículas se mueven hacia la derecha); resultando:

$$m_1v_{1i} + m_2v_{2i} = m_1v_{1f} + m_2v_{2f} \tag{5-19}$$

En general las ecuaciones (5-17) y (5-19) constituyen un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, posible de ser resuelto. Sin embargo un tratamiento alternativo, a menudo simplifica este proceso evitando la resolución de una ecuación cuadrática.
Para ver esto proceda de la siguiente forma:

- En la ecuación (5-17) simplifique el factor común ½ y reagrupe los términos de modo que resulte:

$$m_1\left(v_{1i}^2 - v_{1f}^2\right) = m_2\left(v_{2f}^2 - v_{2i}^2\right)$$

$$m_1\left(v_{1i} - v_{1f}\right)\left(v_{1i} + v_{1f}\right) = m_2\left(v_{2f} - v_{2i}\right)\left(v_{2f} + v_{2i}\right) \qquad (5\text{-}20)$$

- En la ecuación (5-18) reagrupe los términos de modo que resulte:

$$m_1\left(v_{1i} - v_{1f}\right) = m_2\left(v_{2f} - v_{2i}\right) \qquad (5\text{-}21)$$

- Divida miembro a miembro las ecuaciones (5-20) y (5-21), obtendrá:

$$v_{1i} + v_{1f} = v_{2f} + v_{2i}$$

$$v_{1i} - v_{2i} = -\left(v_{1f} - v_{2f}\right) \qquad (5\text{-}22)$$

La ecuación (5-22) nos dice, que la velocidad relativa de las dos partículas antes del choque es igual a la velocidad relativa después del choque, cambiada de signo.

Las ecuaciones (5-19) y (5-22) pueden utilizarse para resolver problemas de choques elásticos, resultando el sistema de ecuaciones:

$$\boxed{\begin{array}{c} m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} \\ \\ v_{1i} - v_{2i} = -\left(v_{1f} - v_{2f}\right) \end{array}} \qquad (5\text{-}23)$$

Es importante recordar que los signos apropiados para las velocidades iniciales deben incluirse en las ecuaciones (5-16) y (5-23) de acuerdo con los sistemas de referencias adoptados.

Se define el **coeficiente de restitución *e*** para un par de objetos que colisionan, como la razón, cambiada de signo, entre la velocidad relativa después de la colisión y la velocidad relativa antes de la colisión:

$$e = -\frac{v_{A_f} - v_{B_f}}{v_{A_i} - v_{B_i}}$$

El coeficiente de restitución es 1 cuando la colisión es elástica y 0 cuando la colisión es perfectamente inelástica. En general, el coeficiente de restitución tiene un valor entre 0 y 1 y corresponde a las colisiones inelásticas.

ACTIVIDAD

Aplique las ecuaciones (5-23) y demuestre que:

- Si las masas de las partículas que chocan son iguales, estas intercambian sus velocidades.
- Cuando una partícula muy pesada choca de frente con una muy ligera inicialmente en reposo, la partícula pesada continúa su movimiento inalterada después del choque, en tanto que la partícula ligera sale despedida con una velocidad igual a casi el doble de la velocidad inicial de la partícula pesada.
- Cuando una partícula muy ligera choca de frente con una partícula muy pesada inicialmente en reposo, la partícula ligera tiene su velocidad invertida, en tanto que la partícula pesada permanece aproximadamente en reposo.

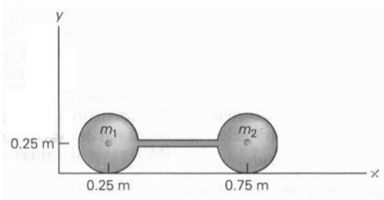
****

Problemas

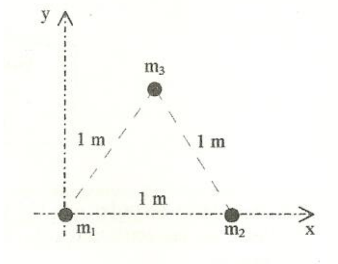
Centro de masas

1) Tres masas de 2 kg, 3 kg y 4 kg están ubicadas en (3;0) m, (6;0) m y (-4;0) m respectivamente. Localiza el centro de masas de este sistema.

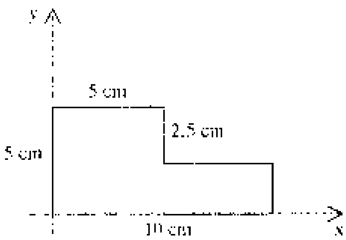
2) Dos esferas homogéneas de masas m_1 = 5 kg y m_2 = 10 kg están unidas por una varilla de masa despreciable. Encuentra la posición del centro de masa del sistema.

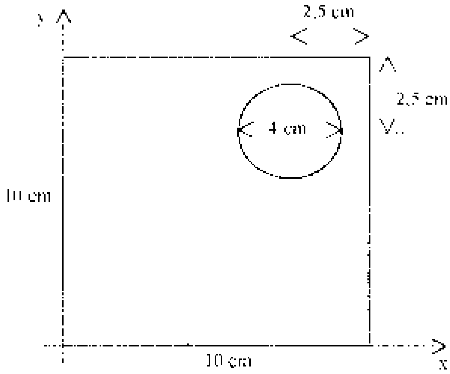


3) Determina la posición del centro de masa de un sistema, compuesto por tres partículas, situadas en los vértices de un triángulo equilátero de 1 m de lado, cuyas masas son: m_1 = 1 kg, m_2 = 2 kg y m_3 = 3 kg.



4) Localiza el centro de masa de las siguientes placas, de espesor constante, construidas con materiales homogéneos.

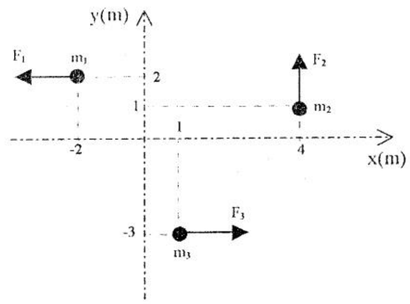




5) En un extremo de una varilla de longitud l se coloca una masa doble que la de la varilla. Calcula a qué fracción de su longitud a partir del extremo cargado, deberá golpearse, si se desea que la varilla se mueva con traslación pura.

6) La figura muestra un sistema de tres partículas de masas m_1 = 4 kg, m_2 = 8 kg y m_3 = 4 kg que inicialmente se encuentran en reposo. En un cierto instante se aplican sobre ellas las fuerzas F_1 = 6 N, F_2 = 16 N y F_3 = 14 N.
Determina para el centro de masa del sistema:
a) Su posición inicial
b) Su aceleración
c) Las componentes X e Y de su vector posición a los 3 s
d) Las componentes X e Y de su velocidad

e) Imagina colocar una barra rígida de masa despreciable entre las masas m_1 y m_2, ¿cómo afecta este hecho al movimiento del centro de masa?



7) Se dispara un proyectil de 12,5 kg verticalmente hacia arriba. Cuando alcanza la altura máxima explota en dos fragmentos. Un trozo de 4,7 kg cae verticalmente hacia abajo con una velocidad de 6,2 m/s

a) ¿Cuál es la velocidad (dirección, sentido y módulo) del otro fragmento?
b) ¿Cuál es la aceleración y la trayectoria del centro de masas del sistema después de la explosión?

8) Una bomba de 4 kg se lanza en dirección horizontal con una velocidad de 2,4 m/s desde la cornisa de un edificio de 120 m de altura. El terreno que rodea al edificio es horizontal. La bomba se rompe en dos trozos antes de chocar contra el suelo. Los dos trozos salen disparados horizontalmente de forma que ambos llegan al suelo en el mismo instante. Uno de los trozos tiene una masa de 1,5 kg y cae al suelo justamente al pie del edificio, en la vertical del punto de lanzamiento. ¿A qué distancia chocará contra el suelo el otro trozo?

9) Un hombre de 80 kg se encuentra de pie en uno de los extremos de una plancha de 3.6 m de longitud y 16 kg de masa. La plancha descansa sobre una superficie helada (sin rozamiento). El hombre marcha hasta el otro extremo de la plancha. ¿Qué distancia recorrerá con respecto al hielo?

Impulso y momento lineal

10) Una pelota de béisbol de 0,15 kg que se mueve con una rapidez de 3,4 m/s es golpeada por el bate y entonces se mueve con una rapidez de 44,7 m/s en sentido opuesto, ¿cuál es el cambio en el momento lineal de la pelota?

11) Una bala de caucho de 15 g golpea horizontalmente una pared con una rapidez de 150 m/s. Si la bala rebota horizontalmente con una rapidez de 120 m/s, ¿cuál es el impulso que ejerce la pared sobre la bala? ¿y el de la bala sobre la pared?

12) Un golfista golpea una pelota de 0,046 kg desde un tee elevado impartiéndole una velocidad horizontal de 40 m/s.

a) Si el palo está en contacto con la pelota 1 ms, ¿qué fuerza promedio ejerce el palo sobre la pelota?
b) Si el golfista golpea la pelota con la misma fuerza promedio pero "continúa su oscilación" para aumentar el tiempo de contacto a 1,5 ms, ¿qué efecto tendrá este golpe?

13) a) Calcula la velocidad de retroceso de un rifle de 4 kg al disparar una bala de 50 g a una velocidad de 280 m/s.
b) Si un hombre de 70 kg sostiene firmemente el rifle contra su hombro, encuentra la rapidez de retroceso del hombre y del rifle

14) Dos cuerpos se dejan caer desde la misma altura. Si la masa de uno de ellos es igual al doble de la del otro, determina la relación de los impulsos requeridos para detenerlos al alcanzar tierra.

15) En el instante t = 0, un cuerpo de masa 3 kg está situado en **r** = (4 ; 0) m y tiene una velocidad **v** = (1 ; 6) m/s . Sabiendo que actúa sobre el mismo una fuerza constante **F** = (0 ; 5) N, calcula el cambio en el momento lineal del cuerpo después de 3 s.

16) Un camión cuya masa es de 5000 kg está viajando hacia el Norte a 30 m/s cuando, en 20 s tuerce hacia un camino situado N 70º E. Calcula: a) La variación del momento lineal ; b) La magnitud y la dirección de la fuerza promedio ejercida sobre el camión.

17) Se aplica una fuerza F variable, que dura 20 s a un cuerpo de 500 kg de masa. El cuerpo inicialmente en reposo, adquiere una velocidad de 0,5 m/s como resultado de la fuerza. Sabiendo que esta aumenta durante 15 s linealmente con el tiempo a partir de cero y entonces disminuye a cero en 5 s también linealmente: a) Calcula el impulso sobre el cuerpo causado por la fuerza; b) Calcula la máxima fuerza ejercida sobre el cuerpo y c) Representa gráficamente la fuerza en función del tiempo. (Suponer que la fuerza F es la única que actúa sobre el cuerpo)

18) Cuatro partículas tienen masas m_1 = 10 g, m_2 = 15 g, m_3 = 13 g y m_4 = 18 g y velocidades $\mathbf{v}_1$ = 2 m/s (x), $\mathbf{v}_2$ = -0,5 m/s (x), $\mathbf{v}_3$ = 0,7 m/s (y) y $\mathbf{v}_4$ = 1,9 m/s (y) ¿Cuál es el momento lineal total del sistema de cuatro partículas?

19) Una bomba que se encuentra inicialmente en reposo sobre un piso liso, explota en tres partes. Dos fragmentos, de masas 1 kg y 2 kg, salen en ángulo recto con velocidades de 12 m/s y 8 m/s respectivamente. La tercera pieza es emitida con una velocidad de 40 m/s. Calcula su masa.

Colisiones

20) Un vagón de mercancías de 100 toneladas, se desliza por una vía a 2 m/s. Un segundo vagón cuya masa es doble a la anterior avanza hacia él en sentido opuesto. Sabiendo que los dos vagones quedan en reposo después del choque, ¿cuál era la velocidad con que se movía el segundo vagón?

21) Un vagón en reposo de 20 toneladas es golpeado por otro de masa 30 toneladas. Antes del impacto el vagón llevaba una velocidad de 1 m/s. Si se mueven juntos luego del choque, ¿cuál es la nueva velocidad?

22) Un bloque de 6 kg que se mueve hacia la derecha sobre una mesa lisa con una velocidad de 8 m/s choca con un bloque de 16 kg que se mueve hacia la izquierda con una velocidad de 3 m/s. a) Si entre los dos bloques tiene lugar un choque frontal perfectamente elástico, ¿cuáles son sus velocidades finales ? ; b) Calcula las velocidades después del choque si el mismo fuese inelástico, sabiendo que el coeficiente de restitución es igual a 0,6; c) Si el choque fuese plástico, calcula qué porcentaje de la energía cinética inicial del sistema se convierte en calor.

23) Un camión de 5 ton que avanza hacia el Oeste choca a la velocidad de 30 km/h, con un automóvil de 1,5 ton que se dirige en dirección Norte a una velocidad de 70 km/h. Si como consecuencia del choque quedan unidos, ¿cuál es la magnitud y dirección de su velocidad inmediatamente después del choque?

24) Una pelota que parte del reposo, cae sobre una superficie fija horizontal y rebota hasta una altura que es el 60 % de la inicial. Calcula: a) El coeficiente de restitución; b) Desde qué altura debe dejarse caer la pelota para que rebote hasta 8 m.

25) Una bala de rifle, de masa 10 g, choca contra un bloque de masa 990 g que se encuentra en reposo sobre una superficie horizontal lisa, y queda incrustada en él. El bloque está unido a un resorte en hélice, con un extremo fijo, y el choque comprime al resorte 10 cm. El calibrado del resorte indica que para comprimirlo 1 cm es necesario una fuerza de 1 N. Calcula: a) La energía potencial máxima del resorte; b) La velocidad del bloque justamente después del choque; c) La velocidad de la bala justo antes de impactar contra el bloque.

26) Una bala de masa 2 g, que lleva una velocidad de 500 m/s, es disparada contra un péndulo balístico de masa 1 kg, suspendido de una cuerda de 1m de longitud. La bala penetra en el péndulo, y sale de él con una velocidad de 100 m/s. ¿Qué altura habrá subido el péndulo?

27) Se lanza una pelota contra una pared vertical, alcanzándola en un punto situado 1,2 m por encima del suelo, con una velocidad horizontal de 6 m/s. Después de rebotar en la pared, la pelota toca el suelo en un punto distante 2,4 m de la pared. a) ¿Cuál es el coeficiente de restitución? b) Sabiendo que la pelota tiene una masa de 250 g, ¿qué energía se perdió en el choque contra la pared?

Bibliografía

Física, Wilson J, Buffa A, Lou B, Prentice Hall Inc., México, 2007

Física para la Ciencia y la Tecnología, Volumen 1, Tipler P, Editorial Reverté, España, 2001

Fundamentos de Física, Volumen 1, Sexta Edición, Serway R, Faughn J, International Thomson Editores, México, 2004

Física Conceptos y aplicaciones, Tippens P, Mc Graw Hill, México, 2001

Física, Wilson J, Prentice Hall Hispanoamericana, México, 1996

Física, Blatt F, Prentice Hall Hispanoamericana, México, 1991

Física, Tomo 1, Serway R, Mc Graw Hill, México, 1997

Física Principios y aplicaciones, Giancoli D, Editorial Reverté, España, 1985